

Время выполнения заданий 240 минут
Задания 1-10

1. Найдите наименьшее n , такое, что сумма чисел от 1 до n делится на 2012.
2. Поезда "Сапсан" и "Красная стрела" одновременно выехали навстречу друг другу, один из Москвы, другой из Санкт-Петербурга, и встретились ровно в 2 часа ночи. Если бы оба поезда шли со скоростью "Сапсана", то они бы встретились в 1:40, а если бы оба шли со скоростью "Красной стрелы", то в 2:35. Найдите скорость "Красной стрелы", если скорость "Сапсана" равна 210.
3. Для каждой пары вершин правильного тетраэдра проведена плоскость, состоящая из точек, равноудаленных от этих вершин. На сколько частей эти плоскости разбивают тетраэдр?
4. Сколько существует простых чисел p , таких, что числа $p+2$, $p+8$ и p^2+4 тоже простые?
5. На бесконечной шахматной доске начерчена замкнутая несамопересекающаяся ломаная, звенья которой являются сторонами клеток ("непересекающаяся" означает, что каждый угол каждой клетки является концом не более чем двух звеньев). Известно, что в область, ограниченную этой ломаной, попало 100 черных клеток. Какое максимальное число клеток может лежать в этой области?
6. Сколько решений в натуральных числах имеет уравнение $x_1 + x_2 + \dots + x_8 = x_1 x_2 \dots x_8$ при условии $x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_8$?
7. Внутри прямоугольного треугольника с вершинами на целочисленной решетке, ни одна из сторон которого не горизонтальна и не вертикальна и ни на одной стороне которого нет других точек решетки, содержится две точки решетки. Найдите удвоенную площадь этого треугольника.
8. Сколько существует натуральных чисел, сумма цифр которых в десятичной записи ровно в 4 раза меньше самого числа?
9. В треугольнике ABC высоты из точек B и C равны 11,2 и 12 соответственно, а сторона AB равна 14. Укажите длину меньшей из двух остальных сторон треугольника.
10. Сколько корней на интервале $(0, 2\pi)$ имеет функция $\cos x + \cos 2x + \dots + \cos 10x$?